

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Гнатюк Сергей Иванович  
Должность: Первый проректор  
Дата подписания: 06.08.2025 10:26:24  
Уникальный программный ключ:  
5ede28fe5b714e680817c5c132d4ba793a6b442

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ К.Е. ВОРОШИЛОВА»**

«Утверждаю»  
Декан факультета экономики и  
управления АПК

Шевченко М.Н. \_\_\_\_\_  
«30» июня 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
по дисциплине «Математический анализ»  
для направления подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика  
направленность (профиль) Бизнес-информатика

Год начала подготовки – 2023

Квалификация выпускника – бакалавр

Рабочая программа составлена с учетом требований:

- порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06.04.2021 № 245;
- федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 29.07.2020 г. № 838 (с изменениями и дополнениями).

Преподаватели, подготовившие рабочую программу:

старший преподаватель \_\_\_\_\_ **Е.А. Рыбинцева**

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры информационных технологий, математики и физики (протокол № 11 от 20 июня 2023 г.).

**Заведующий кафедрой** \_\_\_\_\_ **Г.В. Колтакова**

Рабочая программа рекомендована к использованию в учебном процессе методической комиссией факультета экономики и управления АПК (протокол № 11 от 26 июня 2023 г.).

**Председатель методической комиссии** \_\_\_\_\_ **А.В. Худoley**

**Руководитель основной профессиональной образовательной программы** \_\_\_\_\_ **Г.В. Колтакова**

## 1. Предмет. Цели и задачи дисциплины, её место в структуре образовательной программы

**Предметом дисциплины** являются основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии.

**Целями дисциплины** являются: формирование базовых знаний и изложение основных методов по линейной алгебре и аналитической геометрии для дальнейшего их применения в профессиональной деятельности; развитие навыков логического и абстрактного мышления; формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических и экономических дисциплин.

**Основные задачи** изучения дисциплины:

- формирования универсальных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций и всестороннего развития личностных качеств и способностей к самостоятельному решению задач в профессиональной сфере;
- формирование практических приемов и навыков решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- овладение практическими приемами и навыками решения математических задач в профессиональной деятельности;
- приобретение навыков самостоятельной работы с литературой и другими информационными источниками по высшей математике;
- развитие логического и алгоритмического мышления, умения строго излагать свои мысли.

**Место дисциплины в структуре образовательной программы.** Дисциплина «Математический анализ» относится к дисциплинам базовой части (Б1.О.20) основной профессиональной образовательной программы высшего образования (далее ОПОП ВО).

Дисциплина базируется на знаниях, полученных в рамках школьного курса математики или соответствующих дисциплин среднего профессионального образования а также «Линейная алгебра».

Дисциплина читается в 1 и 2 семестрах, поэтому предшествует дисциплинам «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрические и математические методы исследования».

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи	<b>Знать:</b> способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие. <b>Уметь:</b> анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи. <b>Владеть:</b> навыками анализа и

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
	поставленных задач		<p>математического описания типовых задач и задач прикладного содержания.</p>
		<p><b>УК -1.2.</b> Осуществляет поиск и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия, терминологию и методы высшей математики как средство формирования фундаментальных и прикладных знаний. <b>Уметь:</b> самостоятельно работать с учебной и научной литературой, расширять свои математические познания, самостоятельно выбирать методы решения профессиональных задач. <b>Владеть:</b> навыками самостоятельного овладения новыми технологиями для решения задач и их внедрением в профессиональную деятельность.</p>
		<p><b>УК -1.3.</b> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия, определения и методы основных разделов линейной алгебры. <b>Уметь:</b> применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности . <b>Владеть:</b> практическими навыками выбора оптимальных методов решения поставленных задач.</p>
		<p><b>УК-1.4.</b> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи</p>	<p><b>Знать:</b> методы решения основных типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> формализовать экономические явления и процессы в виде</p>

Коды компетенций	Формулировка компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения
			математических данных, применять различные методы решения. <b>Владеть:</b> навыками обработки, числовыми расчетами и оцениванием информации, полученной в результате решения поставленных задач.

### 3. Объём дисциплины и виды учебной работы

Виды работ	Очная форма обучения		Заочная форма обучения			Очно-заочная форма обучения			
	всего зач.ед / часов	объём часов		всего зач.е д/ часов	объём часов		всего зач.е д/ часов	объём часов	
		1 семестр	2 семестр		1 семестр	2 семестр		1 семестр	2 семестр
Общая трудоёмкость дисциплины	6/216	1,5/54	4,5/162	6/216	2/72	4/144	6/216	–	6/216
Аудиторная работа:	72	18	54	32	8	14	44	–	44
Лекции	32	8	24	16	4	8	18	–	18
Практические занятия	40	10	30	16	4	6	26	–	26
Лабораторные работы	-	-	-	-	-	-	-	–	-
Предэкзаменационные консультации	-	-	-	-	-	-	-	–	-
Самостоятельная работа, часов	144	36	108	256	64	130	172	–	172
Вид промежуточной аттестации (зачёт, экзамен)		зачет	экзамен		зачет	экзамен		–	экзамен

## 4. Содержание дисциплины

### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план).

№ п/п	Раздел дисциплины	Л	ПЗ	ЛР	СРС
Очная форма обучения					
<b>I семестр</b>					
	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>	<b>4</b>	<b>4</b>	–	<b>22</b>
1.	Тема 1. Множества и функции.	2	–	–	4
2.	Тема 2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.	1	2	–	6
3.	Тема 3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.	1	2	–	6
4.	Тема 4. Непрерывность функции.	–	–	–	6
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	–	<b>32</b>
5.	Тема 5. Производная функции. Дифференцирование функций.	2	2	–	6
6.	Тема 6. Дифференцирование сложной, неявно заданной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.	2	4	–	6
7.	Тема 7. Теоремы о дифференцируемых функциях.	–	–	–	2
<b>II семестр</b>					
8.	Тема 8. Дифференциал функции. Правило Лопиталя.	–	2	–	4
9.	Тема 9. Исследование функции с помощью производной.	4	4	–	10
10.	Тема 10. Формула Тейлора.	–	–	–	4
	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	–	<b>12</b>
11.	Тема 11. Функция двух переменных. Предел функции. Частные производные функции 2-х переменных. Полный дифференциал.	1	1	–	6
12.	Тема 12. Экстремум функции 2-х переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.	1	1	–	4
13.	Тема 13. Производная по заданному направлению. Градиент.	–	–	–	2

	<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>–</b>	<b>30</b>
14.	Тема 14. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	2	4	–	4
15.	Тема 15. Интегрирование дробно-рациональных функций.	2	2		6
16.	Тема 16. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	2	2		6
17.	Тема 17. Определенный интеграл, его свойства и методы вычисления.	2	2	–	4
18.	Тема 18. Приложения определенного интеграла.	2	2	–	4
19.	Тема 19. Приближенное вычисление определенного интеграла.	–	–	–	4
20.	Тема 20. Несобственные интегралы.	–	–	–	2
	<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>26</b>
21.	Тема 21. Дифференциальные уравнения, основные понятия. ДУ уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.	1	2	–	4
22.	Тема 22. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.	1	2	–	6
23.	Тема 23. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка.	2	–	–	4
24.	Тема 24. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	1	1	–	2
25.	Тема 25. ЛНДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	1	3	–	6
26.	Тема 26. Применение дифференциальных уравнений в экономике.	–	–	–	4
	<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>–</b>	<b>22</b>
27.	Тема 27. Числовые ряды, основные понятия. Необходимый и достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.	2	2	–	6
28.	Тема 28. Числовые знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.	–	–	–	6
29.	Тема 29. Степенные ряды. Область сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.	–	–	–	6
30.	Тема 30. Приближенное вычисление значения функций и определенного интеграла с помощью рядов.	–	–	–	4
	<b>Всего</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	<b>–</b>	<b>144</b>

Заочная форма обучения					
I семестр					
	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>–</b>	<b>24</b>
1.	Тема 1. Множества и функции.	–	–	–	6
2.	Тема 2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.	1	1	–	6
3.	Тема 3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.	1	1	–	6
4.	Тема 4. Непрерывность функции.	–	–	–	6
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>–</b>	<b>40</b>
5.	Тема 5. Производная функции. Дифференцирование функций.	1	1	–	8
6.	Тема 6. Дифференцирование сложной, неявно заданной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.	1	1	–	8
7.	Тема 7. Теоремы о дифференцируемых функциях.	–	–		2
8.	Тема 8. Дифференциал функции. Правило Лопиталя.	–	–	–	6
9.	Тема 9. Исследование функции с помощью производной.	–	–	–	14
10.	Тема 10. Формула Тейлора.	–	–	–	2
	<b>Всего</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>64</b>
II семестр					
	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>16</b>
11.	Тема 11. Функция двух переменных. Предел функции. Частные производные функции 2-х переменных. Полный дифференциал.	–	–	–	8
12.	Тема 12. Экстремум функции 2-х переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.	–	–	–	6
13.	Тема 13. Производная по заданному направлению. Градиент.	–	–	–	2
	<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>–</b>	<b>42</b>
14.	Тема 14. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	2	2	–	6

15.	Тема 15. Интегрирование дробно-рациональных функций.	–	–		10
16.	Тема 16. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	–	–		10
17.	Тема 17. Определенный интеграл, его свойства и методы вычисления.	2	2	–	4
18.	Тема 18. Приложения определенного интеграла.	2	–	–	6
19.	Тема 19. Приближенное вычисление определенного интеграла.	–	–	–	4
20.	Тема 20. Несобственные интегралы.	–	–	–	2
	<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>–</b>	<b>36</b>
21.	Тема 21. Дифференциальные уравнения, основные понятия. ДУ уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.	1	2	–	4
22.	Тема 22. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.	1	–	–	8
23.	Тема 23. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка.	–	–	–	6
24.	Тема 24. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	–	–	–	4
25.	Тема 25. ЛНДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	–	–	–	10
26.	Тема 26. Применение дифференциальных уравнений в экономике.	–	–	–	4
	<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>36</b>
27.	Тема 27. Числовые ряды, основные понятия. Необходимый и достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.	–	–	–	14
28.	Тема 28. Числовые знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.	–	–	–	8
29.	Тема 29. Степенные ряды. Область сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.	–	–	–	10
30.	Тема 30. Приближенное вычисление значения функций и определенного интеграла с помощью рядов.	–	–	–	4
	<b>Всего</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>–</b>	<b>130</b>
Очно-заочная форма обучения					
<b>II семестр</b>					
	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>–</b>	<b>24</b>
1.	Тема 1. Множества и функции.	–	–	–	6

2.	Тема 2. Предел функции. Основные теоремы о пределах.	1	2	–	6
3.	Тема 3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.	1	2	–	6
4.	Тема 4. Непрерывность функции.	–	–	–	6
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>38</b>
5.	Тема 5. Производная функции. Дифференцирование функций.	2	2	–	6
6.	Тема 6. Дифференцирование сложной, неявно заданной и обратной функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.	2	2	–	8
7.	Тема 7. Теоремы о дифференцируемых функциях.	–	–	–	2
8.	Тема 8. Дифференциал функции. Правило Лопиталя.	–	–	–	6
9.	Тема 9. Исследование функции с помощью производной.	2	4	–	12
10.	Тема 10. Формула Тейлора.	–	–	–	4
	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>16</b>
11.	Тема 11. Функция двух переменных. Предел функции. Частные производные функции 2-х переменных. Полный дифференциал.	–	–	–	8
12.	Тема 12. Экстремум функции 2-х переменных. Необходимое и достаточное условия существования экстремума.	–	–	–	6
13.	Тема 13. Производная по заданному направлению. Градиент.	–	–	–	2
	<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>–</b>	<b>36</b>
14.	Тема 14. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	2	2	–	6
15.	Тема 15. Интегрирование дробно-рациональных функций.	2	2	–	6
16.	Тема 16. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	–	–	–	10
17.	Тема 17. Определенный интеграл, его свойства и методы вычисления.	2	2	–	4
18.	Тема 18. Приложения определенного интеграла.	2	2	–	4
19.	Тема 19. Приближенное вычисление определенного интеграла.	–	–	–	4
20.	Тема 20. Несобственные интегралы.	–	–	–	2

	<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>–</b>	<b>32</b>
21.	Тема 21. Дифференциальные уравнения, основные понятия. ДУ уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.	1	2	–	4
22.	Тема 22. Однородные и линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли.	1	2	–	6
23.	Тема 23. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ 2-го порядка, допускающие понижение порядка.	–	–	–	6
24.	Тема 24. ЛОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	–	1	–	3
25.	Тема 25. ЛНДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	–	1	–	9
26.	Тема 26. Применение дифференциальных уравнений в экономике.	–	–	–	4
	<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>–</b>	<b>26</b>
27.	Тема 27. Числовые ряды, основные понятия. Необходимый и достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.	–	–	–	10
28.	Тема 28. Числовые знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.	–	–	–	6
29.	Тема 29. Степенные ряды. Область сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.	–	–	–	6
30.	Тема 30. Приближенное вычисление значения функций и определенного интеграла с помощью рядов.	–	–	–	4
	<b>Всего</b>	<b>18</b>	<b>26</b>	<b>–</b>	<b>172</b>

#### 4.2. Содержание разделов учебной дисциплины

##### Раздел 1. Введение в математический анализ.

###### Тема 1. Множества и функции.

Основные понятия теории множеств. Числовые множества. Модуль действительного числа. Окрестность точки.

Понятие функции. Способы задания функций. Основные свойства функций. Основные элементарные функции и их графики. Элементарные преобразование графиков функций. Классификация функций. Сложные функции. Обратные функции. Неявные функции. Многозначные функции.

###### Тема 2 Предел функции. Основные теоремы о пределах.

Основные понятия числовой последовательности. Предел числовой последовательности. Предел функции. Односторонние пределы функции. Основные теоремы о пределах.

###### Тема 3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Замечательные пределы.

Бесконечно малые величины и их свойства. Сравнение бесконечно малых величин.

Бесконечно большие величины и их свойства. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами. Сравнение бесконечно малых величин. Таблица эквивалентностей бесконечно малых функций.

Первый и второй замечательные пределы.

Раскрытие неопределенностей вида  $\left[\frac{0}{0}\right]$ ,  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ ,  $[0-0]$ ,  $[\infty-\infty]$ ,  $[0\cdot\infty]$ ,  $[1^\infty]$ ,  $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]^\infty$ .

#### **Тема 4. Непрерывность функции.**

Понятие непрерывности функции. Точки разрыва функции и их классификация. Вертикальные асимптоты. Основные теоремы о непрерывных функциях. Свойства непрерывных функций.

### **Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.**

#### **Тема 5. Производная функции. Дифференцирование функций.**

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение и геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Физический и механический смысл производной. Экономический смысл производной. Эластичность функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции.

Вычисления производной по определению. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.

#### **Тема 6. Дифференцирование сложной, неявно заданной и обратной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.**

Производная сложной и обратной функции. Логарифмическое дифференцирование. Производная неявной функции. Производные высших порядков.

#### **Тема 7. Теоремы о дифференцируемых функциях.**

Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.

#### **Тема 8. Дифференциал функции. Правило Лопиталья.**

Понятие и свойства дифференциала. Применение дифференциала в приближённых вычислениях. Дифференциалы высших порядков.

Теоремы Лопиталья. Раскрытие неопределённостей различных видов с помощью правила Лопиталья.

#### **Тема 9. Исследование функции с помощью производной.**

Возрастание и убывание функции. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания дифференцируемой функции. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.

Применение производной в решении задач экономики.

Выпуклость и вогнутость графика функции. Достаточные условия выпуклости и вогнутости функций. Точки перегиба.

Асимптоты графика функции. Наклонные асимптоты и их нахождение.

Общая схема полного исследования функций и построения их графиков.

#### **Тема 10. Формула Тейлора и Маклорена.**

Формула Тейлора и Маклорена. Применение формулы Маклорена в приближенных вычислениях.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.**

#### **Тема 11. Функция двух переменных. Частные производные функции двух переменных. Полный дифференциал.**

Функции двух переменных. Основные понятия. Предел и непрерывность функции двух переменных.

Частные производные 1-го порядка и их геометрический смысл. Понятие частных производных высших порядков. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции двух переменных. Полный дифференциал функции двух переменных. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям. Производная сложной функции. Полная производная. Применение частных производных в экономике.

**Тема 12. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.**

Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Схема исследования функции двух переменных на экстремум.

**Тема 13. Производная по заданному направлению. Градиент.**

#### **Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.**

**Тема 14. Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.**

Первообразная функция. Определение и свойства неопределённого интеграла. Таблица интегралов от основных элементарных функций.

Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной (подведение под знак дифференциала) и метод интегрирования по частям.

**Тема 15. Интегрирование рациональных алгебраических функций.**

Рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей. Метод неопределённых коэффициентов, метод частных значений.

Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.

**Тема 16. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.**

Интегрирование тригонометрических функций.

Интегрирование иррациональных алгебраических функций. Тригонометрические подстановки.

Понятие о "неберущихся" интегралах.

**Тема 17. Определенный интеграл, его свойства и методы вычисления.**

Понятие и геометрический смысл определённого интеграла. Свойства определённого интеграла.

Определённый интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.

Замена переменной и формула интегрирования по частям в определённом интеграле.

Интегрирование четных и нечетных функций в симметричных пределах.

**Тема 18. Приложения определённого интеграла.**

Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длин дуг плоских кривых, объемов тел и площадей поверхностей вращения. Физические приложения определённого интеграла: вычисление пути, работы.

Применение определённого интеграла в экономике.

**Тема 19. Приближенное вычисление определённого интеграла.**

Приближённое вычисление определённых интегралов: формула прямоугольников, формула трапеций, формула парабол (Симпсона).

**Тема 20. Несобственные интегралы.**

Понятие несобственных интегралов. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признак сходимости несобственных интегралов.

#### **Раздел 5. Дифференциальные уравнения.**

**Тема 21. Основные понятия дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.**

Общие понятия о дифференциальных уравнениях. Общее решение, начальные условия, частное решение дифференциального уравнения. Задача Коши.

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.

**Тема 22. Однородные и линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.**

Однородные дифференциальные уравнения и метод их решения. Линейные дифференциальные уравнения и методы их решения. Уравнение Я. Бернулли.

**Тема 23. Дифференциальные уравнения высших порядков. ДУ второго порядка, допускающие понижения порядка.**

Основные понятия, общее решение, частное решение дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

**Тема 24. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.**

Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка (ЛОДУ). Структура общего решения ЛОДУ второго порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами.

**Тема 25. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.**

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ). Структура общего решения ЛНДУ. Метод вариации произвольных постоянных. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

**Тема 26. Применение дифференциальных уравнений в экономике.**

## **Раздел 6. Числовые и степенные ряды.**

**Тема 27. Числовые ряды, основные понятия. Необходимый и достаточные признаки сходимости рядов.**

Основные понятия числовых рядов. Свойства рядов. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд.

Достаточные признаки сходимости знакостоянных рядов. Первый признак сравнения рядов. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.

**Тема 28. Числовые знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.**

Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.

Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

**Тема 29. Степенные ряды. Область сходимости степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.**

Функциональные ряды. Основные понятия функциональных рядов. Признак Вейерштрасса.

Сходимость степенных рядов. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов.

**Тема 30. Приближенное вычисление значения функций и определенных интегралов с помощью рядов.**

Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора-Маклорена.

Приложения степенных рядов. Приближенное вычисление значений функции.  
 Приближенное вычисление определенных интегралов.

#### 4.3. Перечень тем лекций

№ п/п	Тема лекции	Объём, ч		
		форма обучения		
		очная	очно- заочная	заочная
<b>I семестр (для очной и заочной формы обучения)</b>				
	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
1.	<b>Множества и функции.</b> Основные понятия теории множеств. Числовые множества. Модуль действительного числа. Окрестность точки. Понятие функции. Способы задания функций. Основные свойства функций. Основные элементарные функции и их графики. Элементарные преобразование графиков функций. Классификация функций. Сложные функции. Обратные функции. Неявные функции. Многозначные функции.	2	–	–
2.	<b>Предел числовой последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах.</b> Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. Признак существования предела последовательности. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых величин. Таблица эквивалентностей бесконечно малых функций.	2	2	2
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>2</b>
3.	<b>Производная функции. Дифференцирование функций.</b> Задачи, приводящие к понятию производной. Определение и геометрический смысл производной. Уравнение касательной и нормали к кривой. Физический и механический смысл производной. Экономический смысл производной. Эластичность функции. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Вычисления производной по определению. Правила дифференцирования. Производные основных элементарных функций.	2	2	1
4.	<b>Дифференцирование сложной, обратной и неявно заданной функций. Логарифмическое дифференцирование. Производные высших порядков.</b>	2	2	1
	<b>Всего за I семестр</b>	<b>8</b>		<b>4</b>

<b>II семестр (для очной и заочной формы обучения)</b>				
1.	<b>Приложения производной к исследованию функций. Монотонность функции. Экстремумы функции.</b> Возрастание и убывание функции. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания дифференцируемой функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Применение производной в решении задач экономики.	2	1	–
2.	<b>Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.</b> Достаточные условия выпуклости и вогнутости функций. Точки перегиба. Общая схема полного исследования функции.	2	1	–
<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.</b>		<b>2</b>	–	–
3.	<b>Функция двух переменных. Частные производные функции и экстремум функции двух переменных.</b> Функция двух переменных. Основные понятия, область определения. Частные производные 1-го порядка. Основные понятия экстремума функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Схема исследования функции двух переменных на экстремум.	2	–	–
<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>		<b>10</b>	<b>8</b>	<b>6</b>
4.	<b>Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования функции.</b> Первообразная функции. Определение и свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов основных элементарных функций. Основные методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования, метод замены переменной и метод интегрирования по частям.	2	2	2
5.	<b>Интегрирование рациональных алгебраических функций.</b> Рациональные дроби. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей. Метод неопределенных коэффициентов, метод частных знаменателей. Интегрирование функций, содержащих квадратный трехчлен.	2	2	–
6.	<b>Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.</b>	2	–	–

7.	<b>Определенный интеграл и его свойства. Вычисление определенного интеграла.</b> Понятие и геометрический смысл определённого интеграла. Свойства определённого интеграла. Определённый интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определённом интеграле.	2	2	2
8.	<b>Приложения определенного интеграла.</b> Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, длины дуг плоской кривой, объемов тел и площадей поверхностей вращения. Применение определенного интеграла в экономике.	2	2	2
<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b>		<b>6</b>	<b>4</b>	<b>2</b>
9.	<b>Дифференциальные уравнения, основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка.</b> Общие понятия о дифференциальных уравнениях. Общее решение, начальные условия, частное решение дифференциального уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения. Уравнение Я. Бернулли.	2	2	2
10.	<b>Дифференциальные уравнения высших порядков.</b> Основные понятия дифференциальных уравнений высших порядков. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.	2	2	–
11.	<b>Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.</b> Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ). Структура общего решения ЛНДУ. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	2	–	--
<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>		<b>2</b>	<b>–</b>	<b>–</b>
12.	<b>Числовые ряды, основные понятия. Необходимый и достаточные признаки сходимости числовых знакоположительных рядов.</b> Основные понятия числовых рядов. Свойства рядов. Ряд геометрической прогрессии. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных	2	–	–

	рядов. Первый признак сравнения рядов. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Радикальный признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.			
<b>Всего за II семестр</b>		<b>24</b>		<b>8</b>
<b>Всего</b>		<b>32</b>	<b>18</b>	<b>12</b>

#### 4.4. Перечень тем практических занятий (семинаров)

№ п/п	Тема практического занятия (семинара)	Объем, ч		
		форма обучения		
		очная	очно-заочная	заочная
<b>I семестр</b>				
<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>				
1.	Предел функции. Предел функции в точке и на бесконечности. Вычисление пределов, раскрытие неопределенностей вида $\left[\frac{0}{0}\right], \left[\frac{\infty}{\infty}\right], [\infty - \infty]$ .	2	2	1
2.	Первый и второй замечательные пределы. Раскрытие неопределенностей вида $[0 \cdot \infty], [1^\infty], \left[\frac{\infty}{\infty}\right]^\infty$ .	2	2	1
<b>Раздел 2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>				
3.	Производная функции. Основные правила дифференцирования. Геометрический и экономический смысл производной	2	2	1
4-5.	Дифференцирование сложной, неявно заданной и обратной функций. Логарифмическая производная. Производные высших порядков.	4	2	1
<b>Всего за I семестр</b>		<b>10</b>		<b>4</b>
<b>II семестр</b>				
1.	Дифференциал функции. Правило Лопиталья.	2	–	–
2.	Исследование функций с помощью производной. Исследование функции на промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы. Исследование функции на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.	2	2	–
3.	Полное исследование функции.	2	2	–

	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</b>		–	–
4.	Частные производные функции двух переменных. Исследование функции двух переменных на экстремум.	2	–	–
	<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>			
5-6.	Неопределенный интеграл. Основные методы интегрирования.	4	2	2
7.	Интегрирование рациональных функций. Интегрирование простейших дробей. Интегрирование дробно-рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.	2	2	–
8.	Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных функций.	2	–	–
9.	Определенный интеграл. Вычисление определенного интеграла. Метод подстановки и по частям в определенном интеграле.	2	2	2
10.	Приложения определенного интеграла:	2	2	–
	<b>Раздел 5. Дифференциальные уравнения.</b>			
11	Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными.	2	2	2
12.	Дифференциальные уравнения 1-го порядка: однородные, линейные и уравнения Бернулли.	2	2	–
13.	Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.	2	1	–
14.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.	2	1	–
	<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>			
15.	Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.	2	–	–
<b>Всего за II семестр</b>		<b>30</b>	<b>–</b>	<b>6</b>
<b>Всего:</b>		<b>40</b>	<b>26</b>	<b>10</b>

#### 4.5. Перечень тем лабораторных работ.

Лабораторные работы не предусмотрены.

#### **4.6. Виды самостоятельной работы студентов и перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся.**

##### **4.6.1. Подготовка к аудиторным занятиям**

Аудиторные занятия проводятся в виде лекций (изложение теоретического материала), практических занятий (применение имеющихся знаний при решении типовых задач). Практические занятия проводятся с целью закрепления и углубления знаний по изучаемой теме. В ходе лекций раскрываются основные вопросы в рамках рассматриваемой темы, делаются акценты на наиболее сложные и интересные положения изучаемого материала, которые должны быть приняты студентами во внимание. Материалы лекций являются основой для подготовки студента к практическим занятиям.

При подготовке к аудиторным занятиям студент должен:

- изучить материалы лекций;
- проработать рекомендуемую литературу;
- самостоятельно проработать теоретический материал, выносимый на самостоятельное изучение;
- выполнить домашнее задание, прорешать типовые примеры.

Основной целью практических занятий является овладение навыками решения типовых задач по высшей математике, а также контроль за степенью усвоения пройденного материала, ходом выполнения студентами самостоятельной работы и рассмотрение типовых и наиболее сложных вопросов в рамках изучаемой темы.

##### **4.6.2. Перечень тем курсовых работ (проектов).**

Курсовые работы (проекты) не предусмотрены.

##### **4.6.3. Перечень тем рефератов, расчетно-графических работ.**

Рефераты, расчетно-графические работы не предусмотрены.

##### **4.6.4. Перечень тем и учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся.**

№ п/ п	Тема самостоятельной работы	Учебно-методическое обеспечение	Объем, ч		
			форма обучения		
			очная	очно-заочная	заочная
	<b>Раздел 1. Введение в математический анализ.</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004.	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>24</b>
	<b>Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004.	<b>32</b>	<b>38</b>	<b>40</b>
	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004. испр. – М.: Издательство «Дело» АНХ, 2008. – 720 с.	<b>12</b>	<b>16</b>	<b>16</b>

<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.	<b>30</b>	<b>36</b>	<b>42</b>
<b>Раздел 5 Дифференциальные уравнения</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004.	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>36</b>
<b>Раздел 6. Числовые и степенные ряды.</b>	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004.	<b>22</b>	<b>26</b>	<b>36</b>
<b>Всего</b>		<b>144</b>	<b>172</b>	<b>194</b>

#### **4.6.5. Другие виды самостоятельной работы студентов.**

Для лучшего усвоения материала по дисциплине "Математика" предусмотрено выполнение каждым студентом индивидуального домашнего задания. Часы, выделяемые на выполнение индивидуального задания, входят в самостоятельную работу студента.

Темы индивидуальных заданий:

1. Предел функции.
2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
3. Интегральное исчисление функции одной переменной.
4. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.
5. Дифференциальные уравнения.

#### **4.7. Перечень тем и видов занятий, проводимых в интерактивной форме.**

Не предусмотрены.

#### **5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации**

Полное описание фонда оценочных средств текущей и промежуточной аттестации обучающихся с перечнем компетенций, описанием показателей и критериев оценивания компетенций, шкал оценивания, типовые контрольные задания и методические материалы представлены в приложении к данной программе.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.**

##### **6.1. Рекомендуемая литература.**

##### **6.1.1. Основная литература.**

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц	Кол-во экз. в библи.
1.	Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов.– М.: Банки и Биржи, 2004.	11
2.	Овчинников П.Ф. Высшая математика. – К.: Вища шк., 1991.	25
3.	Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах (в 2-х частях).– М.: Высшая школа, 1986.	100

4.	Киричевский В.В., Копылова Н.А. Курс высшей математики. К.: Наук. Думка, 1998.	76
5.	Шипачев В.С. Высшая математика. М.: Высш. шк., 1990.	75
6.	Шипачев В.С. Задачник по высшей математике. М.: Высш. шк., 2001.	24
7.	Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике М.: Наука, 1987.	121
8.	Булдык, Г. М. Сборник задач и упражнений по высшей математике : учебное пособие для вузов / Г. М. Булдык. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 332 с. – ISBN 978-5-8114-9473-6. – Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/195479">https://e.lanbook.com/book/195479</a> (дата обращения: 20.04.2023). – Режим доступа: для авториз. пользователей.	Электронный ресурс

### 6.1.2. Дополнительная литература.

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц
1.	Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. – 6-е изд., испр. – М.: Издательство «Дело» АНХ, 2008. – 720 с.
2.	Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике / Д.Т. Письменный. – 10-е изд., испр. – М.: Айрис-Пресс, 2011. – 608с.
3.	Высшая математика для экономистов: Практикум для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / [Н.Ш. Кремер. и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2007. – 479 с.
4.	Геворкян П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. – 208с.
5.	Малугин. В.А. Математика для экономистов: Линейная алгебра. Курс лекций. – М.: Эксмо, 2006. – 224с.
6.	Малыхин В.И. Высшая математика: Учебное пособие. 2-е изд, перераб. и доп.– М: ИНФРА-М, 2009. – 365с
7.	Сборник задач по высшей математике для экономистов / Геворкян П.С. и др.; Под ред. П.С. Геворкяна. – М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2010. – 384 с.
8.	Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – 7-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
9.	Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н. Лунгу, Д.Т. Письменный, С.Н. Федин, Ю.А. Шевченко. – 7-е изд. – М.: Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
10.	

### 6.1.3. Периодические издания.

Не предусмотрены.

### 6.1.4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

№ п/п	Автор, название, место издания, изд-во, год издания, количество страниц
1	Математический анализ. Методические указания к практическим занятиям и

	самостоятельной работе с вариантами индивидуальных заданий./ Рыбинцева Е.А. Луганск, узд-во ЛГАУ, 2022. –124 с.
2.	Математика. Методические указания для практических занятий и самостоятельной работы с заданиями для расчетно-графической работы для подготовки специалистов заочной формы обучения направления «Экономическая безопасность» / Горбенко Е.Е. – Луганск: Изд-во ЛНАУ, 2019.– 48 с.

**6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины**

№ п/п	Название интернет ресурса, адрес и режим доступа
1	Общероссийский математический портал (информационная система) <a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a> (дата обращения: 20.04.2023).
2.	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – Режим доступа: <a href="http://elibrary.ru/defaultx.asp">http://elibrary.ru/defaultx.asp</a> (дата обращения: 20.04.2023).
3.	Mathcad-справочник по высшей математике – <a href="http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp">http://www.exponenta.ru/soft/Mathcad/learn/learn.asp</a> (дата обращения: 20.04.2023).
4.	ЭБС «Знаниум» – <a href="http://znanium.com">http://znanium.com</a> (дата обращения: 20.04.2023).
5.	ЭБС «Лань» – <a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a> (дата обращения: 20.04.2023).
6.	ЭБС«AgriLib» – <a href="http://ebs.rgazu.ru">http://ebs.rgazu.ru</a> (дата обращения: 20.04.2023).

**6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины**

**6.3.1. Компьютерные обучающие и контролирующие программы**

№ п/п	Вид учебного занятия	Наименование программного обеспечения	Функция программного обеспечения		
			контроль	моделирующая	обучающая
1	Лекционные, практические	Система дистанционного обучения Moodle	+	+	+

**6.3.2. Аудио- и видеопособия**

Не предусмотрены.

**6.3.3. Компьютерные презентации учебных курсов**

Не предусмотрены.

**7. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения занятий	Перечень основного оборудования, приборов и материалов
1.	Г-324 – аудитория для лекционных, семинарских и практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной	Стол ауд. – 15 шт., стол однотоумб. – 1 шт., стул ученич. – 31 шт., доска д/тех.пок. – 1 шт., демонстрационные материалы на стене.

	аттестации, самостоятельной работы	
2.	Г-317 – аудитория для проведения лабораторных, семинарских и практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля, промежуточной аттестации, самостоятельной работы	Стол ауд. – 10 шт., стол – 9 шт., шкаф для приб. – 3 шт., стул ученич. – 31 шт., доска д/техпок. – 1 шт., оборудование для лабораторных работ по молекулярной физике и термодинамики (эл. Щит, пробирки, технические весы, пипетки, груша).
3.	Г-322 – аудитория для самостоятельной работы и индивидуальных консультаций	Шкаф с з/ дв. – 6 шт., сейф-2 шт., кресло – 2 шт., стол 1 тумб. – 13 шт., стол двухтумб. – 1 шт., стол ауд. – 5 шт., шкаф для од. – 1 шт., стул лаб. – 1 шт., стул ученич. – 6 шт., стул п/мягкий. – 17 шт., компьютер – 2 шт., ф/резак – 1 шт., МФУ – 1 шт., принтер – 2 шт.

## 6. Междисциплинарные связи

### Протокол согласования рабочей программы с другими дисциплинами

Наименование дисциплины, с которой проводилось согласование	Кафедра, с которой проводилось согласование	Предложения об изменениях в рабочей программе. Заключение об итогах согласования
«Методы и модели в экономике»	Кафедра информационных технологий, математики и физики	Согласовано
«Статистика»	Кафедра бухгалтерского учета, анализа и аудита	Согласовано





МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ К.Е. ВОРОШИЛОВА»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине (модулю) «Математический анализ»

Направление подготовки: 38.03.05 Бизнес информатика

Направленность (профиль): Бизнес-информатика

Уровень профессионального образования: бакалавриат

Год начала подготовки: 2023

**1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ, СООТНЕСЕННЫХ С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Этап (уровень) освоения компетенции	Планируемые результаты обучения	Наименование модулей и (или) разделов дисциплины	Наименование оценочного средства	
						Текущий контроль	Промежуточная аттестация
<b>УК-1</b>	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.1.</b> Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи	Первый этап (пороговый уровень)	<b>Знать:</b> способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Тесты закрытого типа	экзамен
			Второй этап (продвинутый уровень)	<b>Уметь:</b> анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществлять декомпозицию задачи	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	экзамен

					Раздел 5 Дифференциальные уравнения.		
			Третий этап (высокий уровень)	<b>Владеть:</b> навыками анализа и математического описания типовых задач и задач прикладного содержания.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Расчетная работа	экзамен
		<b>УК-1.2.</b> Осуществляет поиск и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	Первый этап (пороговый уровень)	<b>Знать:</b> основные понятия, терминологию и методы высшей математики как средство формирования фундаментальных и прикладных знаний.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Тесты закрытого типа	экзамен
			Второй этап (продвинутый уровень)	<b>Уметь:</b> самостоятельно работать с	Раздел 1. Введение в математический анализ.	Тесты открытого типа	экзамен

				учебной и научной литературой, расширять свои математические познания, самостоятельно выбирать методы решения профессиональных задач.	Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	(вопросы для опроса)	
			Третий этап (высокий уровень)	<b>Владеть:</b> навыками самостоятельного овладения новыми технологиями для решения задач и их внедрением в профессиональную деятельность.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Расчетная работа	экзамен
		<b>УК-1.3.</b> Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	Первый этап (пороговый уровень)	<b>Знать:</b> основные понятия, определения и методы основных разделов математического анализа.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.	Тесты закрытого типа	экзамен

					Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.		
		Второй этап (продвинутый уровень)	<b>Уметь:</b> применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	экзамен	
		Третий этап (высокий уровень)	<b>Владеть:</b> практическими навыками выбора оптимальных методов решения поставленных задач.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Расчетная работа	экзамен	

		<b>УК-1.4.</b> Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи	Первый этап (пороговый уровень)	<b>Знать:</b> методы решения основных типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Тесты закрытого типа	экзамен
			Второй этап (продвинутый уровень)	<b>Уметь:</b> формализовать экономические явления и процессы в виде математических данных, применять различные методы решения.	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных. Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной. Раздел 5 Дифференциальные уравнения.	Тесты открытого типа (вопросы для опроса)	экзамен
			Третий этап (высокий уровень)	<b>Владеть:</b> навыками обработки, числовыми расчетами и оценением информации,	Раздел 1. Введение в математический анализ. Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	Расчетная работа	экзамен

				<p>полученной в результате решения поставленных задач.</p>	<p>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции двух переменных.</p> <p>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</p> <p>Раздел 5 Дифференциальные уравнения.</p>		
--	--	--	--	--	--	--	--

## 2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЯ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания	Шкала оценивания
1.	<b>Тест</b>	Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень знаний.	Тестовые задания	В тесте выполнено 90-100% заданий	Оценка «Отлично» (5)
				В тесте выполнено более 75-89% заданий	Оценка «Хорошо» (4)
				В тесте выполнено 60-74% заданий	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				В тесте выполнено менее 60% заданий	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
				Большая часть определений не представлена, либо представлена с грубыми ошибками.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
2.	<b>Опрос</b>	Форма работы, которая позволяет оценить кругозор, умение логически построить ответ, умение продемонстрировать монологическую речь и иные коммуникативные навыки. Устный опрос обладает большими возможностями воспитательного воздействия, создавая условия для неформального общения.	Вопросы к опросу	Продемонстрированы предполагаемые ответы; правильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; есть логика рассуждений.	Оценка «Отлично» (5)
				Продемонстрированы предполагаемые ответы; есть логика рассуждений, но неточно использован алгоритм обоснований во время рассуждений и не все ответы полные.	Оценка «Хорошо» (4)
				Продемонстрированы предполагаемые ответы, но неправильно использован алгоритм обоснований во время рассуждений; отсутствует логика рассуждений; ответы не полные.	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				Ответы не представлены.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
3.	<b>Расчетная работа (решение задач)</b>	Средство проверки владения навыками применения полученных знаний по заранее определенной методике для решения задач.	Перечень заданий, входящих в расчетно-графическую работу	Продемонстрировано понимание методики решения задачи и ее применение. Решение качественно оформлено (аккуратность, логичность). Использован традиционный или нетрадиционный подход к решению задачи. Задача решена правильно.	Оценка «Отлично» (5)
				Продемонстрировано понимание методики решение и ее применение. Решение задачи правильно оформлено.	Оценка «Хорошо» (4)

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания	Шкала оценивания
				Задача решена правильно. Есть отдельные замечания.	
				Продемонстрировано понимание методики решения и частичное ее применение. Задача решена частично.	Оценка «Удовлетворительно» (3)
				Задача не решена.	Оценка «Неудовлетворительно» (2)
4	<b>Зачет</b>	Зачет выставляется в результате подведения итогов текущего контроля. Зачет в форме итогового контроля проводится для обучающихся, которые не справились с частью заданий текущего контроля.	Тестовые задания к зачету	В тесте выполнено 60-100% заданий	«Зачтено»
				В тесте выполнено менее 60% заданий	«Не зачтено»
5	<b>Экзамен</b>	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.	Вопросы к экзамену	Показано знание теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины; умение анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса; глубоко понимать материал; владение аналитическим способом изложения вопроса, научных идей; навыками аргументации и анализа фактов, событий, явлений, процессов. Выставляется обучающемуся, полно, подробно и грамотно ответившему на вопросы билета и вопросы экзаменатора.	Оценка «Отлично» (5)
				Показано знание основных теоретических положений вопроса; умение анализировать явления, факты, действия в рамках вопроса; содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса, но имеет место недостаточная полнота ответов по излагаемому вопросу. Продемонстрировано владение аналитическим способом изложения вопроса и навыками аргументации.	Оценка «Хорошо» (4)

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания	Шкала оценивания
				<p>Выставляется обучающемуся, полностью ответившему на вопросы билета и вопросы экзаменатора, но допустившему при ответах незначительные ошибки, указывающие на наличие несистемности и пробелов в знаниях.</p>	
				<p>Показано знание теории вопроса фрагментарно (неполнота изложения информации; оперирование понятиями на бытовом уровне); умение выделить главное, сформулировать выводы, показать связь в построении ответа не продемонстрировано. Владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано. Обучающийся допустил существенные ошибки при ответах на вопросы билетов и вопросы экзаменатора.</p>	<p>Оценка «Удовлетворительно» (3)</p>
				<p>Знание понятийного аппарата, теории вопроса, не продемонстрировано; умение анализировать учебный материал не продемонстрировано; владение аналитическим способом изложения вопроса и владение навыками аргументации не продемонстрировано. Обучающийся не ответил на один или два вопроса билета и дополнительные вопросы экзаменатора.</p>	<p>Оценка «Неудовлетворительно» (2)</p>

### 3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

#### Оценочные средства для проведения текущего контроля

Текущий контроль осуществляется преподавателем дисциплины при проведении занятий в форме тестовых заданий, устного опроса и расчетной работы.

**УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.**

**УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.**

**Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: способы формализации и постановки задачи, ее базовые составляющие.**

#### Тестовые задания закрытого типа

1. Второй замечательный предел  $\lim_{f(x) \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{f(x)}\right)^{f(x)}$  равен:

(выбрать один вариант ответа)

- а) 0;
- б) 1;
- в)  $e$ ;
- г)  $\infty$ .

2. В уравнении наклонной асимптоты  $y = kx + b$  к графику функции  $y = f(x)$ , значения  $k$  и  $b$  определяются по формулам:

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$
- б)  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{f(x)}$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + kx)$ ;
- в)  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$ ;
- г)  $k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{kx}$ .

3. Уравнение касательной к графику функции  $y = f(x)$  в точке  $M_0(x_0; y_0)$  имеет вид:

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $y = f'(x_0) + x_0$ ;
- б)  $y - y_0 = f'(x_0)$ ;

$$в) \quad y - y_0 = \frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0);$$

$$г) \quad y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

**4. Если в определенном интеграле пределы интегрирования поменять местами, то справедлива формула:**

(выбрать один вариант ответа)

$$а) \quad \int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx;$$

$$б) \quad \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx;$$

$$в) \quad \int_a^b f(x) dx = \int_{-a}^{-b} f(x) dx;$$

$$г) \quad \int_a^b f(x) dx = \int_{-b}^{-a} f(x) dx.$$

**5. Дифференциальное уравнение вида  $P_1(x)Q_1(y)dx + P_2(x)Q_2(y)dy = 0$  является:**

(выбрать один вариант ответа)

а) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;

б) линейным дифференциальным уравнением первого порядка;

в) однородным дифференциальным уравнением;

г) дифференциальным уравнением допускающим понижение порядка.

Ключи

1.	в
2.	а
3.	г
4.	б
5.	а

**6. Прочитайте текст и установите соответствие**

**Определить соответствие между дифференциальным уравнением и методом его решения:**

Дифференциальное уравнение	Метод решения
1. $y' - 3x^2y = 0$	а) метод разделения переменных
2. $y' + \frac{2}{x}y = x^3$	б) метод подстановки, замена $-\frac{y}{x} = u$
3. $y'' - 7y' + 10y = 0$	в) метод Бернулли – подстановка $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ , $v = v(x)$
4. $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$	г) составление характеристического уравнения

Результаты оформить в таблице

1	2	3	4
---	---	---	---

--	--	--	--

Ключи

1	2	3	4
а	в	г	б

**Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»:** анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.

**Задания открытого типа (вопросы для опроса):**

**Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»:** навыками анализа и математического описания типовых задач и задач прикладного содержания.

1. Какая функция называется возрастающей?
2. В чем заключается первый замечательный предел?
3. Какая функция называется бесконечно большой функцией?
4. Какие существуют методы интегрирования в неопределенном интеграле??
5. Что называют порядком дифференциального уравнения?

Ключи

1.	Функция $y = f(x)$ называется <i>возрастающей</i> на интервале $(a; b)$ , если большему значению аргумента из этого интервала соответствует большее значение функции, т.е. при $x_2 > x_1$ , где $x_1$ и $x_2$ – любые две точки из интервала $(a; b)$ верно неравенство $f(x_2) > f(x_1)$ .
2.	Первый замечательный предел имеет вид: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ . Первый замечательный предел применяется для раскрытия неопределенности вида $\left[ \frac{0}{0} \right]$ , если выражение, стоящее под знаком предела содержит тригонометрические функции. Первый замечательный предел имеет вид: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ .
3.	Функция $y = f(x)$ называется <i>бесконечно большой</i> при $x \rightarrow x_0$ , если ее предел равен бесконечности, т.е.: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$ .
4.	К основным методам интегрирования относят: Метод непосредственного интегрирования, метод подстановки или замены переменной, частный случай – метод подведения под дифференциал и метод интегрирования по частям.
5.	Порядком дифференциального уравнения называют наибольший порядок производной, входящей в это уравнение.

**Расчетная работа:**

1. Найти область определения функции  $y = \frac{2x-3}{\sqrt{6-4x}}$ .
2. Определить, является ли функция  $y = \frac{3-x^4}{3+x^4}$  четной.
3. Найти значение производной функции  $y = e^{3x^2+1}$  в точке  $x_0 = 0$ .
4. Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2 - 6x + 5$  и  $y = 0$ .
5. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = x^2 y$ .

#### Ключи

1.	<p>Так переменная <math>x</math> содержится под корнем в знаменателе, то <math>6-4x &gt; 0</math>.</p> <p>Умножим неравенство на (-1):</p> $4x - 6 < 0;$ $4x < 6; \quad x < \frac{3}{2};$ <p>Тогда область определения функции имеет вид: <math>D(y) : x \in (-\infty; 1,5)</math></p>
2.	<p>Функция <math>y = f(x)</math> является четной, если выполняется условие <math>f(-x) = f(x)</math>.</p> <p>Найдем <math>f(-x)</math>: <math>f(-x) = \frac{3 - (-x)^4}{3 + (-x)^4} = \frac{3 - x^4}{3 + x^4} = f(x)</math>.</p> <p>Следовательно, функция – четная.</p>
3.	<p>Функция <math>y = e^{3x^2+1}</math> это сложная функция. Применим формулу производной сложной функции: <math>y' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)</math>:</p> $y' = (e^{3x^2+1})' = e^{3x^2+1} \cdot (3x^2 + 1)' = e^{3x^2+1} \cdot 6x = 6x \cdot e^{3x^2+1}$ <p>Найдем значение производной в точке <math>x_0 = 0</math>:</p> $y'(0) = 6 \cdot 0 \cdot e^{3 \cdot 0^2 + 1} = 0.$
4.	<p>Функция <math>y = x^2 - 6x + 5</math> – это парабола, ветви которой направлены вверх, она пересекает ось <math>Ox</math> в двух точках. Найдем их координаты:</p> $y = 0: \quad x^2 - 6x + 5 = 0;$ $D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16, \quad \sqrt{D} = 4.$ $\left[ \begin{array}{l} x_1 = \frac{6+4}{2} = 5; \\ x_2 = \frac{6-4}{2} = 1. \end{array} \right.$

	<p>Так как фигура расположена ниже оси <math>Ox</math>, то площадь криволинейной трапеции найдем по формуле: Площадь фигуры, ограниченной функцией <math>y = f(x)</math>, осью <math>Ox</math> и прямыми <math>x = a</math>, <math>x = b</math> определяется по формуле: <math>S = -\int_a^b f(x)dx</math>.</p> <p>Тогда <math>S = -\int_1^5 (x^2 - 6x + 5)dx = -\left(\frac{x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 5x\right)\Big _1^5 =</math>  <math>= -\left(\frac{125}{3} - 3 \cdot 25 + 25 - \left(\frac{1}{3} - 3 + 5\right)\right) = -\left(\frac{125}{3} - 50 - \frac{1}{3} - 2\right) =</math>  <math>= -\left(\frac{124}{3} - 52\right) = -\left(-\frac{32}{3}\right) = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} \text{ (ед}^2\text{)}.</math></p> <p>Ответ: <math>\frac{32}{3} = 10\frac{2}{3} \approx 10,67</math>.</p>
5.	<p>Дифференциальное уравнение <math>y' = x^2 y</math> – это дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными.</p> <p>Заменим <math>y' = \frac{dy}{dx}</math> и приведём к дифференциальному уравнению с разделенными переменными: <math>\frac{dy}{dx} = x^2 y</math>; <math>\frac{dy}{y} = x^2 dx</math>.</p> <p>Проинтегрируем обе части уравнения <math>\int \frac{dy}{y} = \int x^2 dx</math>;</p> <p><math>\ln y  = \frac{x^3}{3} + C</math> – общее решение.</p> <p>Ответ: <math>\ln y  = \frac{x^3}{3} + C</math></p>

**УК-1.2. Осуществляет поиск и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.**

**Первый этап (пороговой уровень) – основные понятия, терминологию и методы высшей математики как средство формирования фундаментальных и прикладных знаний.**

#### Тестовые задания закрытого типа

##### 1. Областью определения функции называют

(выбрать один вариант ответа)

- а) множество значений, которые функция  $y$  может иметь;
- б) множество значений переменной  $x$ , при которых функция  $y$  существует;
- в) множество всех вещественных чисел;
- г) множество значений  $x$ , при которых функция  $y$  положительна.

**2. Функция  $y = f(x)$  называется бесконечно малой при  $x \rightarrow a$ , если:**

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ .

**3. Точка  $x_0$  называется точкой разрыва 2-го рода, если:**

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = 0$ ;
- б)  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = \infty$  или  $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = \infty$ ;
- г)  $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$ .

**4. Точка  $x_0$  является точкой максимума функции  $y = f(x)$ , если существует такая окрестность точки  $x_0$ , что для всех точек  $x \neq x_0$  этой окрестности выполняется неравенство:**

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $f(x_0) > f(x)$ ;
- б)  $f(x_0) < f(x)$ ;
- в)  $f(x_0) < 0$ ;
- г)  $f(x_0) > 0$ .

**5. Задача отыскания решения дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющее начальному условию  $y(x_0) = y_0$ , называется:**

(выбрать один вариант ответа)

- а) задачей Лапласа;
- б) дифференцированием дифференциального уравнения;
- в) интегрированием дифференциального уравнения;
- г) задачей Коши.

Ключи

1.	б
2.	б
3.	в
4.	а
5.	г

**6. Прочитайте текст и установите соответствие**

**Определить соответствие между функцией  $y = f(x)$  и значением ее производной в точке  $x_0 = 1$ :**

Функция $y = f(x)$	$f'(1)$
1. $y = e^{\frac{3x+1}{x+1}}$	а) $\frac{e^2}{2}$
2. $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$	б) 1
3. $y = 3\ln(x^2 + 2)$	в) -1
4. $y = \operatorname{arctg}(x^2 + 1)$	г) 2
	д) $\frac{2}{5}$

Результаты оформить в таблице

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
а	в	г	д

**Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: самостоятельно работать с учебной и научной литературой, расширять свои математические познания, самостоятельно выбирать методы решения профессиональных задач.**

**Задания открытого типа (вопросы для опроса):**

1. Какая точка называется точкой разрыва второго рода?
2. Какой вид имеет уравнение касательной к функции в точке?
3. Что называют телом вращения вокруг  $Oy$ ?
4. Что называется первообразной функции?
5. Что называется дифференциальным уравнением?

Ключи

1.	Точка разрыва $x_0$ называется <i>точкой разрыва второго рода</i> функции $y = f(x)$ , если в этой точке по крайней мере один из односторонних пределов (слева или справа) равен бесконечности.
2.	Геометрический смысл производной используется для составления уравнения касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0; f(x_0))$ . Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ в точке $M_0(x_0; f(x_0))$ имеет вид: $y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$ .
3.	Телом вращения вокруг оси $Oy$ называется фигура, полученная от вращения вокруг оси $Oy$ криволинейной трапеции, ограниченной графиком непрерывной на отрезке $[a, b]$ кривой $y = f(x)$ и прямыми $x = 0$ , $y = c$ и $y = d$ .

4.	Функция $F(x)$ называется первообразной функцией (или просто первообразной) для функции $f(x)$ на промежутке $X$ , если $\forall x \in X$ $F'(x) = f(x)$ .
5.	Дифференциальным уравнением называется уравнение, связывающее неизвестную функцию, независимые переменные и производные (или дифференциалы) от неизвестной функции по этим переменным.

**Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: навыками самостоятельного овладения новыми технологиями для решения задач и их внедрением в профессиональную деятельность.**

### Расчетная работа:

1. Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$ .
2. Точка движется прямолинейно по закону  $s = (2t - 1)^3 + 4$ . Вычислить ускорение в момент времени  $t_0 = 1$ .
3. Решить задачу Коши  $y' = -y$ ,  $y(0) = 1$ . Проанализировать поведение решения при  $x \rightarrow +\infty$ .
4. Тело движется прямолинейно со скоростью, которая изменяется по закону  $V = 2t + 1$ , где  $t$  – время в секундах. Найти путь, который пройдет тела за промежуток времени от  $t_1 = 1$  с до  $t_2 = 3$  с.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = 2xy$ .

### Ключи

1.	<p>Так как при непосредственной подстановке вместо <math>x</math> предельного значения <math>x = 3</math> получается неопределенность <math>\left[ \frac{0}{0} \right]</math> и функция дробно-рациональная, разложим на множители числитель и знаменатель.</p> $x^2 - x - 6 = 0 \qquad 2x^2 + x - 21 = 0$ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 1 + 24 = 25 \quad D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-21) = 1 + 168 = 169$ $x_1 = \frac{1+5}{2} = 3; \quad x_2 = \frac{1-5}{2} = -2. \qquad x_1 = \frac{-1+13}{4} = 3; \quad x_2 = \frac{-1-13}{4} = -\frac{7}{2}.$ <p>Тогда <math>x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)</math>.      Тогда <math>2x^2 + x - 21 = 2(x-3)\left(x + \frac{7}{2}\right)</math>.</p> <p>Подставим вместо многочленов их разложения на множители и получим:</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21} = \left[ \frac{0}{0} \right] = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{2(x-3)\left(x + \frac{7}{2}\right)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+2}{2\left(x + \frac{7}{2}\right)} = \frac{3+2}{2\left(3 + \frac{7}{2}\right)} = \frac{5}{13}.$
----	---

2.	<p>Согласно механическому производных первого и второго порядков если точка движется по закону <math>S=s(t)</math>, где <math>S</math> — путь, <math>t</math> — время, то <math>s'(t)</math> представляет скорость движения точки в момент времени <math>t</math>, т. е. <math>s'(t)=V(t)</math>, а <math>s''(t)</math> (<math>t</math>) есть ускорение движения точки в момент времени <math>t</math>, т. е. <math>s''(t) =a(t)</math></p> <p>Таким образом, находим <math>s'(t) = \left( (2t-1)^3 + 4 \right)' = 3(2t-1)^2 \cdot 2 = 6(2t-1)^2</math>.</p> <p>Ускорение <math>a(t) = s''(t) = 12(2t-1) \cdot 2 = 24(2t-1)</math>.</p> <p><math>a(t_0) = a(1) = 24(2 \cdot 1 - 1) = 24</math>.</p> <p>Следовательно, ускорение в момент времени <math>t_0=1</math> составляет 24 ед. ускорения.          Ответ: 24.</p>
3.	<p>Уравнение <math>y' = -y</math> является дифференциальным уравнением 1-го порядка с разделяющимися переменными. Задача Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка состоит в том, чтобы: из общего решения <math>y = \varphi(x, C)</math> выделить такое решение <math>y = \varphi(x, C_0)</math> уравнения, которое удовлетворяет начальному условию: <math>\varphi(x_0) = y_0</math>, где <math>(x_0, y_0)</math> — заданная точка плоскости <math>XOY</math>.</p> <p>Согласно алгоритму решения найдем сначала общее решение. Заменяем <math>y'</math> на <math>\frac{dy}{dx}</math> получим <math>\frac{dy}{dx} = -y</math>. Умножим уравнение на <math>\frac{dx}{y}</math> (<math>y \neq 0</math>) и получим: <math>\frac{dy}{y} = -dx</math>.</p> <p>Проинтегрируем полученное равенство:  <math>\ln y  = -x + \ln C </math>, где <math>C - \text{const}</math> и <math>\ln y  = \ln e^{-x} + \ln C  \Rightarrow y = Ce^{-x}</math> — общее решение.</p> <p>Найдем решение задачи Коши, подставив в общее решение <math>x=0</math> и <math>y=1</math>:  <math>1 = Ce^0 \Rightarrow C = 1</math>.</p> <p>Итак, получили решение задачи Коши <math>y = e^{-x}</math>.</p> <p>Исследуем поведение решения при <math>x \rightarrow +\infty</math>:  <math display="block">\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{e^x} = \frac{1}{+\infty} = 0.</math></p> <p>Таким образом, при <math>x \rightarrow +\infty</math> решение задачи Коши стремится к нулю.          Ответ: 0.</p>
4.	<p>Перемещение точки, движущейся по прямой со скоростью <math>V = V(t)</math>, за промежуток времени <math>[a; b]</math>, вычисляется по формуле <math>S = \int_a^b V(t) dt</math></p> <p>Следовательно, путь, который пройдет тело за промежуток времени от <math>t_1=1</math> с до <math>t_2=3</math> с. равен</p> $S = \int_1^3 (2t+1) dt = \left( 2 \cdot \frac{t^2}{2} + t \right) \Big _1^3 = (t^2 + t) \Big _1^3 = (9+3) - (1+1) = 10 \text{ (м)}.$ <p>Ответ: 10 м.</p>
5.	<p>Представив <math>y' = \frac{dy}{dx}</math>, получим <math>\frac{dy}{dx} = 2xy</math>.</p>

Умножим обе части уравнения на  $\frac{dx}{y}$ :  $\frac{dy}{y} = 2x dx$ .

Получили уравнение с разделенными переменными. Проинтегрируем его

$$\int \frac{dy}{y} = \int 2x dx; \quad \ln|y| = x^2 + C;$$

$$y = e^{x^2+C} \text{ — общее решение.}$$

### УК-1.3. Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки

Первый этап (пороговой уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «знать»: основные понятия, определения и методы основных разделов математического анализа.

#### Тестовые задания закрытого типа

##### 1. Определению производной соответствует выражение:

(выбрать один вариант ответа)

а)  $y' = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$ ;

б)  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ;

в)  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y$ ;

г)  $y' = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ .

##### 2. Для вычисления неопределенного интеграла, если аргумент функции является линейной комбинацией, применяется формула:

(выбрать один вариант ответа)

а)  $\int f(kx + b) dx = F(kx + b) + C$ ;

б)  $\int f(kx + b) dx = F(x) + C$ ;

в)  $\int f(kx + b) dx = kF(kx + b) + C$ ;

г)  $\int f(kx + b) dx = \frac{1}{k} F(kx + b) + C$ .

##### 3. Производная сложной функции определяется по формуле:

(выбрать один вариант ответа)

а)  $y' = f'(u)$ ;

в)  $y' = u'$ ;

б)  $y' = f(u)$ ;

г)  $y' = f'(u) \cdot u'$ .

**4. Дифференциальное уравнение вида  $y' + P(x)y = Q(x)$  является:**

(выбрать один вариант ответа)

- а) дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными;
- б) линейным дифференциальным уравнением;
- в) однородным дифференциальным уравнением;
- г) неоднородным дифференциальным уравнением.

**5. Общий вид дифференциального уравнения  $y'' - y = 0$  имеет вид:**

(выбрать один вариант ответа)

- а)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ ;
- б)  $y = C_1 e^{-x} + xC_2 e^{-x}$ ;
- в)  $y = C_1 + C_2 e^x$ ;
- г)  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$ .

Ключи

1	б
2	г
3	г
4	б
5	а

**6. Прочитайте текст и установите соответствие**

**Определить соответствие между пределом и его решением:**

Предел	Решение
1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$	а) $\infty$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9x + 1}{2x^2 - 3x + 6}$	б) $\frac{1}{6}$
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 + 4x - 5}$	в) $\frac{1}{2}$
4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 1}$	г) 2
	д) 0

Результаты оформить в таблице

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
г	в	б	а

Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: применять математический инструментарий для решения типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности .

**Задания открытого типа (вопросы для опроса):**

1. Перечислите основные свойства функции.
2. Какая функция называется убывающей на интервале?
3. Какие точки называют точками перегиба графика функции?
4. Какая функция называется дробно-рациональной?
5. В чем заключается метод Бернулли для решения линейного дифференциального уравнения первого порядка вида  $y' + P(x)y = Q(x)$ ?

#### Ключи

1.	К основным свойствам функции относят: область определения функции, область значений, нули функции, четность-нечетность функции, ограниченность, непрерывность функции, периодичность, промежутки монотонности, экстремумы, промежутки выпуклости и вогнутости, точки перегиба, асимптоты графика функции.
2.	Если большему значению аргумента из интервала соответствует меньшее значение функции, т.е. при $x_2 > x_1$ верно неравенство $f(x_2) < f(x_1)$ , то функция $y = f(x)$ называется убывающей на интервале $(a; b)$ ..
3.	Точкой перегиба графика функции $y = f(x)$ называют абсциссу точки, которая разделяют интервалы выпуклости и вогнутости этой кривой
4.	Дробно-рациональной функцией (рациональной дробью) называется функция, равная отношению двух многочленов: $R(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)}$ , где $P_m(x)$ – многочлен степени $m$ , $Q_n(x)$ – многочлен степени $n$ .
5.	Метод Бернулли заключается в поиске решения дифференциального уравнения в виде $y = u \cdot v$ , где $u = u(x)$ и $v = v(x)$ .

**Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: практическими навыками выбора оптимальных методов решения поставленных задач.**

#### Расчетная работа:

1. Найти нули функции  $y = \frac{x}{1-x^2} = 0$ .

2. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x - 3}$ .

3. Найти неопределенный интеграл от простейшей дроби второго типа:  $\int \frac{4}{5(x+1)^6} dx$

4. Найти неопределенный интеграл методом подстановки.

5. Найти частное решение линейного однородного уравнения второго порядка  $y'' - 3y' + 2y = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 2$ ;  $y'(0) = 1$ .

Ключи

1.	<p>Нули функции – это абсциссы точек пересечения графика функции с осью <math>Ox</math>. Точки пересечения графика функции с координатными осями ищем, приравнявая функцию к нулю.</p> <p>С осью <math>Ox</math>: <math>y = 0 \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} = 0</math>; <math>\begin{cases} x = 0 \\ 1-x^2 \neq 0 \end{cases}</math>; <math>\begin{cases} x = 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}</math>.</p> <p>Точка пересечения графика функции с осью <math>Ox</math> имеет координаты: <math>O(0, 0)</math>.</p>
2.	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 8}{2x^2 + 5x - 3} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(3 - 2/x - 8/x^2)}{x^2(2 + 5/x - 3/x^2)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - 2/x - 8/x^2}{2 + 5/x - 3/x^2} =$ $= \frac{3 - 0 - 0}{2 + 0 - 0} = \frac{3}{2} = 1,5.$
3.	$\int \frac{4}{5(x+1)^6} dx = \frac{4}{5} \cdot \frac{(x+1)^{-6+1}}{-6+1} + C = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{-5(x+1)^5} + C = -\frac{4}{25(x+1)^5} + C$
4.	$\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}} = \left[ \begin{array}{l} \sqrt{x} = t; \quad x = t^2; \quad x_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \sqrt{0} = 0 \\ dx = 2t dt \quad ; \quad x_2 = 4 \Rightarrow t_2 = \sqrt{4} = 2 \end{array} \right] = \int_0^2 \frac{2t dt}{1+t} = 2 \cdot \int_0^2 \frac{(1+t) - 1}{1+t} dt =$ $= 2 \cdot \int_0^2 \left( 1 - \frac{1}{1+t} \right) dt = (2t - 2 \ln  t+1 ) \Big _0^2 = 4 - 2 \ln 3 - (0 - 2 \ln 1) = 4 - 2 \ln 3.$
5.	<p>Составим характеристическое уравнение <math>k^2 - 3k + 2 = 0</math>,</p> <p>которое имеет два действительных и различных корня <math>k_1 = 1</math>, <math>k_2 = 2</math>, поэтому общее решение этого уравнения записывается в виде</p> <p><math>y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}</math>, где <math>C_1, C_2</math> – произвольные постоянные.</p> <p>Найдем <math>y'</math>: <math>y' = C_1 e^x + 2C_2 e^{2x}</math>.</p> <p>Основываясь на начальных условиях, получаем систему уравнений</p> $\begin{cases} C_1 e^0 + C_2 e^{2 \cdot 0} = 2; \\ C_1 e^0 + 2C_2 e^{2 \cdot 0} = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 2; \\ C_1 + 2C_2 = 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 = 3; \\ C_2 = -1. \end{cases}$ <p>Частное решение исходного уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям, имеет вид</p> <p><math>y = 3e^x - e^{2x}</math> – частное решение.</p>

**УК-1.4. Определяет и оценивает последствия возможных решений задачи.**

**Первый этап (пороговой уровень) – методы решения основных типовых и прикладных задач в профессиональной деятельности.**

**Тестовые задания закрытого типа**

**1. Значение предела функции  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x}$  равно:**

(выбрать один вариант ответа)

а) 1;

б)  $\frac{1}{2}$ ;

в) 0;

г)  $1\frac{2}{3}$ .

**2. Значение производной функции  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$  в точке  $x_0 = -1$  равно:**

(выбрать один вариант ответа)

а)  $f'(-1) = -1$ ;

б)  $f'(-1) = 0$ ;

в)  $f'(-1) = \frac{1}{2}$ ;

г)  $f'(-1) = 2$ .

**3. Найти неопределенный интеграл  $\int \frac{1 - 3x^4}{x^2} dx$ :**

(выбрать один вариант ответа)

а)  $-\frac{1}{3x^3} - 3x^3 + C$ ;

б)  $-\frac{2}{x^3} - 6x + C$ ;

в)  $\frac{1}{x} - 3x^3 + C$ ;

г)  $-\frac{1}{x} - x^3 + C$ .

**4. Площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$  равна:**

(выбрать один вариант ответа)

а)  $\frac{1}{3}$  кв. ед.;

б)  $\frac{2}{3}$  кв. ед.;

в)  $\frac{1}{2}$  кв. ед.;

г)  $\frac{1}{2}$  кв. ед.

**5. Если корни характеристического уравнения равны  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = -1$ , то соответствующее линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами имеет вид:**

(выбрать один вариант ответа)

а)  $y'' - 2y' + y = 0$ ;

б)  $y'' + 2y' + y = 0$ ;

в)  $y'' - y = 0$ ;

г)  $y'' - y' = 0$ .

Ключи

1	г
2	а
3	г
4	б
5	в

**6. Прочитайте текст и установите соответствие**

**Определить соответствие между интегралом и методом его решения:**

<i>Интеграл</i>	<i>Метод решения</i>
1. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} dx$	а) метод непосредственного интегрирования.
2. $\int x\sqrt{1-x^2} dx$	б) метод интегрирования по частям.
3. $\int (2x-1)e^x dx$	в) метод подстановки.
4. $\int \frac{3e^{-x} - 2}{e^{-x}} dx$	г) метод тригонометрической подстановки
	д) метод разложения на сумму простейших дробей.

Результаты оформить в таблице

1	2	3	4

Ключи

1	2	3	4
в	г	б	а

**Второй этап (продвинутый уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «уметь»: формализовать экономические явления и процессы в виде математических данных, применять различные методы решения.**

**Задания открытого типа (вопросы для опроса):**

1. Что называют неопределенностью в теории предела?
2. В чем заключается экономический смысл производной?
3. В чем состоит геометрический смысл производной функции в точке?
4. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла?
5. Что называют частным решением и частным интегралом при решении дифференциального уравнения первого порядка?

Ключи

1.	Если в результате подстановки вместо $x$ его предельного значения $x_0$ невозможно судить о результате, говорят, что имеет место неопределенность и для вычисления предела необходимо преобразовать функции, т.е. нужно “избавиться от неопределенности” или “раскрыть неопределенность”.
----	---

2.	<p>Экономический смысл производной состоит в том, что производная выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или относительно другого исследуемого фактора.</p> <p>Наиболее актуально использование производной в предельном анализе, то есть при исследовании предельных величин (предельные издержки, предельная выручка, предельная производительность труда или других факторов производства и т. д.</p>
3.	<p>Геометрический смысл производной заключается в том, что значение производной <math>y'</math> функции <math>y = f(x)</math> в точке <math>x_0</math> численно равно угловому коэффициенту касательной к графику этой функции в точке <math>x_0</math>, то есть:</p> $y' = k = \operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x},$ <p>где <math>\alpha</math> – угол между касательной и положительным направлением оси <math>Ox</math>.</p>
4.	<p>Геометрический смысл определённого интеграла заключается в том, что он численно равен площади криволинейной трапеции, ограниченной осью <math>Ox</math>, прямыми <math>x = a</math> и <math>x = b</math> и графиком непрерывной на отрезке <math>[a; b]</math> положительной функции <math>y = f(x)</math>.</p>
5.	<p>Условие вида <math>y(x_0) = y_0</math> называется начальным.</p> <p>Решение <math>y = \varphi(x, C_0)</math>, выделенное из общего <math>y = \varphi(x, C)</math> и удовлетворяющее начальному условию, называется частным решением, а решение <math>\Phi(x, y, C_0)</math> – частным интегралом.</p>

**Третий этап (высокий уровень) – показывает сформированность показателя компетенции «владеть»: навыками обработки, числовыми расчетами и оцениванием информации, полученной в результате решения поставленных задач.**

#### Расчетная работа:

- Объем продаж плееров задается следующей функцией, зависящей от времени  $V(t) = 5000 + 1000t - 100t^2$ , где  $V$  – объем продаж плееров, проданных за месяц,  $t$  – количество месяцев. Найти скорость изменения объемов продаж за квартал.
- Задана функция предельного дохода  $R'(x) = 20 - 0,04x$ , где  $x$  – число единиц некоторой продукции. Найти функцию дохода и закон спроса на продукцию.
- Функции спроса и предложения имеют вид:  $s = 4 \cdot \frac{dp}{dt} + p + 19$ ,  $q = 3 \cdot \frac{dp}{dt} - 2p + 28 + e^{-3t}$ , где  $p$  – цена на товар, зависящая от времени,  $\frac{dp}{dt} = p'$  – тенденция формирования цены (производная цены во времени). Найти общее решение дифференциального уравнения, выражающего зависимость цены от времени при условии равновесия между спросом и предложением  $s = q$ .
- Функция предельных издержек имеет вид  $C'(x) = 50 + 0,02x$ . Найти функцию издержек, если фиксированные издержки составляют 5000 рублей в месяц.

#### Ключи

1.	Скорости изменения объемов продаж – это первая производная заданной функции по времени. Найдем производную заданной функции:
----	--

	$V'(t) = (5000 + 1000t - 100t^2)' = 1000 - 200t.$ <p>Квартал соответствует моменту времени <math>t = 3</math>.  Найдем значение производной функции объемов продаж в момент времени <math>t = 3</math>:  <math>V'(3) = 1000 - 200 \cdot 3 = 400</math>.</p>
2.	<p>Чтобы найти функцию дохода, проинтегрируем функцию предельного дохода:</p> $\frac{dR(x)}{dx} = 20 - 0,04x; dR(x) = (20 - 0,04x)dx;$ $R(x) = \int (20 - 0,04x)dx = 20x - \frac{0,04x^2}{2} + C = 20x - 0,02x^2 + C.$ <p>Значение произвольной постоянной <math>C</math> найдем из условия, что доход равен нулю, если не продано ни одно изделие: <math>R(0) = 0</math>. Следовательно, <math>C = 0</math>.</p> <p>Тогда функция дохода имеет вид: <math>R(x) = 20x - 0,02x^2</math>.</p> <p>Если каждая единица продукции продается по цене <math>p</math>, то доход определяется по формуле: <math>R = x \cdot p</math>. Тогда спрос определяется по формуле: <math>p = \frac{R(x)}{x}</math>.</p> <p>Разделим функцию дохода на <math>x</math>: <math>p = 20 - 0,02x</math> – закон спроса на продукцию.</p>
3.	<p>Приравняем функции спроса и предложения <math>4 \cdot \frac{dp}{dt} + p + 19 = 3 \cdot \frac{dp}{dt} - 2p + 28 + e^{-3t}</math>.</p> <p>Преобразуем уравнение: <math>\frac{dp}{dt} + 3p = 9 + e^{-3t}</math> (1) – линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка.</p> <p>Для его решения применим метод Бернулли. Общее решение ищем в виде <math>p = u \cdot v</math>, где <math>u = u(t)</math>, <math>v = v(t)</math>. Тогда <math>p' = u' \cdot v + v' \cdot u</math>.</p> <p>Подставляя <math>p</math> и <math>p'</math> в (1), приходим к уравнению: <math>u'v + v'u + 3uv = 9 + e^{-3t}</math>;  <math>u'v + u(v' + 3v) = 9 + e^{-3t}</math> (2)</p> <p>Найдем <math>v</math>: <math>v' + 3v = 0</math>; <math>\frac{dv}{dt} = -3v</math>; <math>\frac{dv}{v} = -3dt</math>; <math>\ln v  = -3t</math>; <math>v = e^{-3t}</math>.</p> <p>Подставляя найденное значение <math>v</math> в уравнение (2), найдем <math>u</math>:  <math>u' \cdot e^{-3t} = 9 + e^{-3t}</math>; <math>\frac{du}{dt} e^{-3t} = 9 + e^{-3t}</math>; <math>\frac{du}{dt} = 9e^{3t} + 1</math>; <math>du = (9e^{3t} + 1)dt</math>;  <math>\int du = \int (9e^{3t} + 1)dt</math>; <math>u = 3e^{3t} + t + C</math></p> <p>Тогда общее решение уравнения (1) запишется в виде: <math>p = (3e^{3t} + t + C) \cdot e^{-3t}</math>.</p>
4.	<p>Чтобы найти функцию издержек, проинтегрируем функцию предельных издержек:</p> $\frac{dC}{dx} = 50 + 0,02x; dC = (50 + 0,02x)dx;$ $C = \int (50 + 0,02x)dx = 50x + \frac{0,02x^2}{2} + C = 50x + 0,01x^2 + C..$ <p>Значение произвольной постоянной <math>C</math> найдем из условия, что фиксированные издержки составляют 2500 рублей в месяц при <math>x = 0</math>: <math>5000 = 50 \cdot 0 + 0,01 \cdot 0^2 + C</math>.  Следовательно, <math>C = 5000</math>.</p> <p>Тогда функция издержек имеет вид: <math>C(x) = 50x + 0,01x^2 + 5000</math>.</p>

## Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета в 1 семестре.

### Тестовые задания к зачету (примерный вариант)

#### 1. Областью значений функции $y$ называют

- 1) множество значений, которые функция может иметь;
- 2) множество значений переменной  $x$ , при которых функция существует;
- 3) множество всех вещественных чисел;
- 4) множество значений  $x$  при которых функция положительна.

#### 2. Функция $y = f(x)$ является нечетной, если выполняется условие:

- 1)  $f(-x) = f(x)$ ;
- 2)  $f(-x) \neq f(x)$ ;
- 3)  $f(-x) = -f(x)$ ;
- 4)  $f(-x) \neq -f(x)$ .

#### 3. Сумма конечного числа бесконечно малых функций является функцией

- 1) бесконечно малой;
- 2) бесконечно большой;
- 3) бесконечно ограниченной;
- 4) бесконечно неограниченной.

#### 4. Критическими точками 1-го рода называются точки, в которых:

- 1) первая производная меньше нуля  $y' < 0$ ;
- 2) первая производная больше нуля  $y' > 0$ ;
- 3) первая производная равна нулю  $y' = 0$ , или не существует;
- 4) первая производная равна нулю  $y' = 0$ .

#### 5. График функции $y = f(x)$ называется выпуклым на интервале $(a; b)$ , если он

- 1) расположен выше любой своей касательной на этом интервале;
- 2) расположен ниже любой касательной на этом интервале;
- 3) расположен выше оси  $Ox$ ;
- 4) расположен ниже оси  $Ox$ .

### Практическая часть

#### 6. Вычислить предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$ :

- 1) 2;
- 2) -5;
- 3)  $\infty$ ;
- 4) 0.

#### 7. Найти производную функции: $y = 5 - \frac{3}{8}x^2 + \frac{x^3}{6} + 2x^4$ :

- 1)  $-6x + \frac{3x^2}{2} + 8x^3$ ;
- 2)  $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x^2 + 8x^3$ ;
- 3)  $5x - \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{24} + \frac{2x^5}{5}$ ;

$$4) 5 - \frac{3x}{4} + \frac{x^2}{6} + 8x^3.$$

8. Найти производную сложной функции:  $y = 5\ln(x^2 + 1)$ :

1)  $\frac{5}{x^2 + 1}$ ;

2)  $\frac{5}{2x}$ ;

3)  $5\ln(2x)$ ;

4)  $\frac{10x}{x^2 + 1}$ .

9. Найти  $f'(0)$ , если  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$ :

1) 1;

2) -1;

3) 2,5;

4) -2.

10. Найти неопределенный интеграл  $\int \left( \frac{2}{x+1} + 6x^2 + \frac{1}{3}x \right) dx$ :

1)  $2\ln|x| + 2x^3 + \frac{1}{3}x^2 + C$ ;

2)  $2\ln|x+1| + 6x^3 + \frac{x^2}{3} + C$ ;

3)  $2\ln|x+1| + 2x^3 + \frac{x^2}{6} + C$ ;

4)  $-\frac{2}{(x+1)^2} + 12x + \frac{1}{3} + C$ .

Ключи

1.	1
2.	3
3.	1
4.	3
5.	2
6.	4
7.	2
8.	4
9.	2
10.	3

## Вопросы на экзамен

(I семестр)

### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

#### Текущий контроль

Опрос как средство текущего контроля проводится в форме устных ответов на вопросы. Студент отвечает на поставленный вопрос сразу, время на подготовку к ответу не предоставляется.

Практические задания как средство текущего контроля проводятся в письменной форме. Студенту выдается задание, на которое необходимо привести полное решение.

#### Промежуточная аттестация

Итоговый контроль может проводиться в одной из форм:

– экзамен;

– экзамен в тестовой форме, состоящий из теоретических и практических заданий.

– экзамен в тестовой форме в СДО Moodle.

**Экзамен** проводится в обычной форме. Из экзаменационных вопросов составлены 30 экзаменационных билетов. Каждый билет состоит из четырех вопросов – двух теоретических и двух практических. Комплект экзаменационных билетов представлен в учебно-методическом комплексе дисциплины.

На подготовку студенту предоставляется 30 минут.

**Экзамен в тестовой форме** проводится письменно. Каждый вариант включает пять тестовых заданий теоретической части и пять тестовых заданий практической части по основным разделам дисциплины. Пакет заданий итогового контроля представлен в учебно-методическом комплексе дисциплины.

На подготовку студенту предоставляется 90 минут.

**Экзамен в тестовой форме в системе Moodle** представлен в системе дистанционного обучения Moodle.

На прохождение теста студенту предоставляется 90 минут и две попытки.